



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

EXERCICE 2 (10 points).

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'un certain type de lentilles, chacune de ces lentilles doit subir deux traitements notés T_1 et T_2 .

Partie A.

On prélève au hasard une lentille dans la production.

On désigne par A l'événement : « la lentille présente un défaut pour le traitement T_1 ».

On désigne par B l'événement : « la lentille présente un défaut pour le traitement T_2 ».

On note respectivement $\bar{A}$ et $\bar{B}$ les événements contraires de A et B .

Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une lentille présente un défaut pour le traitement T_1 est $P(A) = 0,10$;
- la probabilité qu'une lentille présente un défaut pour le traitement T_2 est $P(B) = 0,20$;
- la probabilité qu'une lentille ne présente aucun des deux défauts est $0,75$.

1. a) Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T_1 ou T_2 .
b) Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour les deux traitements T_1 et T_2 .
c) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
2. Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.
3. Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T_2 , sachant que cette lentille présente un défaut pour le traitement T_1 .

Partie B.

On prélève, au hasard, un échantillon de 50 lentilles dans la production. On considère ce prélèvement comme un prélèvement avec remise.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de ce type, associe le nombre de lentilles qui présentent au moins un des deux défauts (pour le traitement T_1 ou pour le traitement T_2).

On admet, dans cette partie, que la probabilité qu'une lentille présente au moins un des deux défauts est : $p = 0,25$.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
2. Déterminer l'espérance mathématique et l'écart type de la variable aléatoire X .
3. Calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, 12 lentilles qui présentent au moins un des deux défauts. Arrondir le résultat à 10^{-4} .

BTS OPTICIEN LUNETIER		SESSION 2002
CODE : OLMAT	DUREE : 2 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHEMATIQUES U.41		Page 2 sur 3

4. On considère que la loi de probabilité de la variable aléatoire X peut être approchée par la loi normale de moyenne 12,5 et d'écart type 3,06.

On note Y une variable aléatoire qui suit cette loi normale $N(12,5 ; 3,06)$.

- a) Calculer, avec cette approximation, la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, 12 lentilles qui présentent au moins un des deux défauts, c'est à dire : $P(11,5 \leq Y \leq 12,5)$. Donner le résultat avec la précision permise par la table.
- b) Déterminer le nombre réel h tel que : $P(12,5 - h \leq Y \leq 12,5 + h) = 0,673$. Arrondir le résultat à l'unité.

Ce résultat peut s'énoncer de la façon suivante : avec une probabilité proche de 0,673 le nombre de lentilles présentant au moins un des deux défauts dans un tel échantillon de 50 lentilles, est compris entre 10 et 15.

BTS OPTICIEN LUNETIER		SESSION 2002
CODE : OLMAT	DUREE : 2 h	COEFFICIENT : 2
EPREUVE : MATHEMATIQUES U.41		Page 3 sur 3

Formulaire de mathématiques

B.T.S. OPTICIEN-LUNETIER

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$
e^t	e^t	$\text{Arc sin } t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\text{Arc tan } t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$		

Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + u v'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u v'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u) u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \text{ u à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

d) Développements limités

$$\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \varepsilon(t) \quad \left| \quad \cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \cdots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \varepsilon(t) \right.$$

3. PROBABILITES

a) **Loi binomiale** $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$ $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$v(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3032	0,3293
2	0,0163	0,0333	0,0535	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0071	0,0126	0,0198
4		0,0002	0,0007	0,0015	0,0030
5			0,0001	0,0001	0,0003

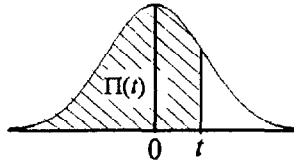
[illegible]

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 7	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 8	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$